

## 第2章 放射線分野におけるモンテカルロシミュレーション

### 2.1 はじめに

放射線と物質との間で起こる相互作用はすべて量子力学的な確率分布に従っている。放射線の物質中における振る舞いは、複数の確率的要素を含んだ事象であり、その解析はモンテカルロシミュレーションの好対象となる。ただし、放射線と物質との相互作用の確率密度関数は相互作用の種類それぞれに特異的であり、他分野のモンテカルロシミュレーションとは異なる独特の計算アルゴリズムが必要となる。

本研究の対象としている医用放射線は、百数十 keV 以下のエネルギー光子を主成分とする診断用 X 線および最大 10MeV のエネルギー光子まで含む放射線治療用高エネルギー X 線である。これらの放射線についてのモンテカルロ計算法は、診断用 X 線のエネルギー領域では光子と物質との間で電子対生成は起こらない、高エネルギー X 線では相互作用で発生する 2 次電子の飛程を無視できない、などの点が異なるものの、基本的な計算アルゴリズムは同じである。

本章では、第3章～第5章で取り扱う半導体検出器のエネルギー吸収レスポンスの計算を前提に、モンテカルロシミュレーションの具体的な計算手法を中心に述べる。

### 2.2 乱数の変換技術

モンテカルロ計算で最も重要なことは、それぞれの相互作用の起こる確率分布に従う乱数を作り出す操作である。通常「乱数」と呼んでいるのは一様乱数（全く前後関係のない数字の列）である。この一様乱数から、ある確率分布に従う乱数を作り出す変換方法として、直接法、棄却法、合成棄却法がある<sup>(1),(2)</sup>。

#### 2.2.1 直接法

求める乱数  $x$  の確率密度関数（probability density function）を  $f(x)$  とし、その分布関数を  $F(x)$  とする。区間  $[0,1]$  の一様乱数を  $R_i$  とすれば

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx = R_i \quad (\text{ただし } \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \text{ とする}) \quad (2.1)$$

を  $x$  について解いたものが求める乱数となる<sup>(1)</sup>。

#### 2.2.2 棄却法

便宜上、区間  $[a,b]$  での密度関数  $f(x)$  の最大値を 1 とし、区間  $[0,1]$  の一様乱数  $R$  と、

区間 $[a,b]$ の一様乱数  $Y = a + (b-a)S$  ( $R$  と  $S$  は別の一様乱数) を作る. もし  $f(Y) > R$  ならば, 求める乱数  $X = Y$  とし, そうでなければ改めて  $R$  と  $Y$  を作り, 上記の不等式が成立するまで続ける<sup>(1)</sup>.

棄却法の場合, 棄却される割合が大きいと効率が悪いことになる. しかし  $f(x)$  が複雑である場合には直接法のように関数の積分という操作が入らないため便利である.

### 2.2.3 合成棄却法

この方法は, 直接法と棄却法を確率に関する加法定理で結合したものである. いま求める乱数  $\eta$  が従う確率分布の度数関数 (確率密度関数またはそれに任意定数を乗じたもの) を  $f(x)$  とし,  $f(x)$  が次式のように分解して書けるものとする.

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot f_i(x) \cdot g_i(x) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2.2)$$

ここで  $\alpha_i > 0$ ,  $0 \leq g_i \leq 1$  である.  $f_i(x)$  は確率密度関数で, この関数に従う乱数は, 直接法等で簡単に求められるものとする. このとき, 次式で表される確率  $P_i(i)$  を用いて番号  $i$  を選ぶ.

$$P_i(i) = \alpha_i / \sum_{i=1}^n \alpha_i \quad (2.3)$$

そして  $f_i(x)$  に従う乱数  $\eta$  を求め, さらに区間  $[0,1]$  の一様乱数  $\xi$  をとり,  $\xi < g_i(\eta)$  ならば  $\eta$  を採用し, そうでなければ  $\eta$  を棄却して再び初めからやり直すという方法である<sup>(1)</sup>.

## 2.3 モンテカルロ計算の手順

モンテカルロ計算フローチャートの例<sup>(3)</sup>を **Fig.2.1** に示す. これは次章で取り扱う半導体検出器内における X 線光子の振る舞い, エネルギー付与をシミュレートするものである.

主計算に入る前に, 被照射体となる物質の種類, サイズ, 形状を設定し, 物質の光子に対する相互作用断面積データ<sup>(4)-(8)</sup>をはじめとする計算に必要な物理情報をデータファイルから入力する. 被照射体に入射する光子エネルギーおよび線束サイズを設定する. システムの座標系は被照射体の入射面中心を原点とし, **Fig.2.2** のように設定する. 光子が進む方向を Z 軸に対する極角  $\theta$  および XY 平面上で X 軸に対する方位角  $\psi$  の 2 つの因子で表現する.

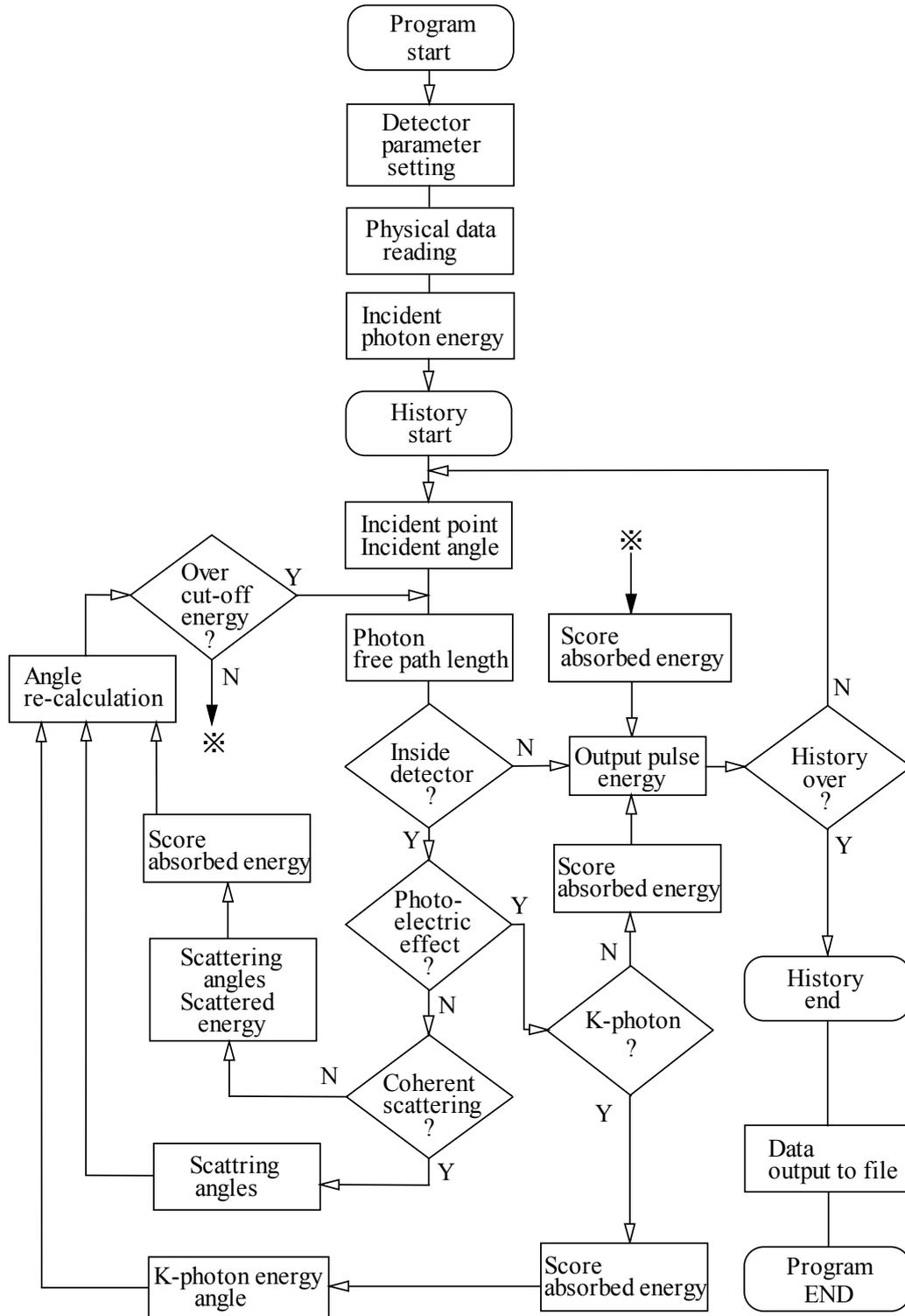
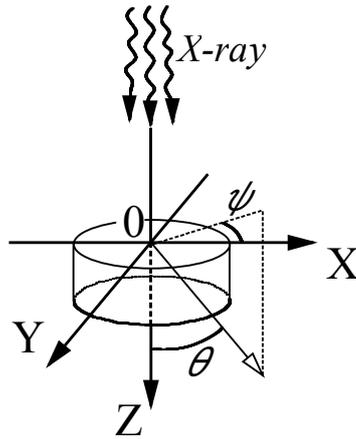


Fig.2.1 半導体検出器の光子エネルギー吸収のモンテカルロシミュレーション  
フローチャート<sup>(3)</sup>

Flow chart of a Monte Carlo simulation for energy absorption in a semiconductor detector<sup>(3)</sup>.



**Fig.2.2** シミュレーションの座標系  
Schematic diagram illustrating the coordinate system of a Monte Carlo simulation.

### 2.3.1 入射点および入射角度の決定

線束サイズが直径  $a$  の円形の場合，区間 $[0,1]$ の2個の一様乱数  $r_1, r_2$  を発生させて

$$\begin{aligned} x &= a \times (r_1 - 0.5) \\ y &= a \times (r_2 - 0.5) \end{aligned} \quad (2.4)$$

を求め，  $x^2 + y^2 \leq 0.25 \times a^2$  ならば，この  $x, y$  を入射点座標とする。

$x^2 + y^2 > 0.25 \times a^2$  ならば， $x, y$  を棄却して，もう一度やり直す。（棄却法）

Z 軸方向の入射点座標は 0 とする。

線源と被照射体表面との距離を  $f$  とすると，入射角度は

$$\theta = \tan^{-1}\left(\sqrt{x^2 + y^2} / f\right) \quad \text{および} \quad \psi = \tan^{-1}(y/x) \quad (2.5)$$

で計算できる。

### 2.3.2 光子の自由行程長の決定

被照射体に入射した光子が，次にどこで相互作用を起こすか決定する。

光子の自由行程長  $L$  の確率密度関数  $f(L)$  は，その光子エネルギー  $E$  に対する物質の線減弱係数を  $\mu(E)$  とすると

$$f(L) = \mu(E) \cdot \exp(-\mu(E) \cdot L) \quad (2.6)$$

で表される。この確率分布に従う乱数  $L$  は，直接法により

$$F(L) = \int_0^L \mu(E) \cdot \exp(-\mu(E) \cdot l) dl = 1 - \exp(-\mu(E) \cdot L) \quad (2.7)$$

$$L = -\ln(r) / \mu(E) \quad (2.8)$$

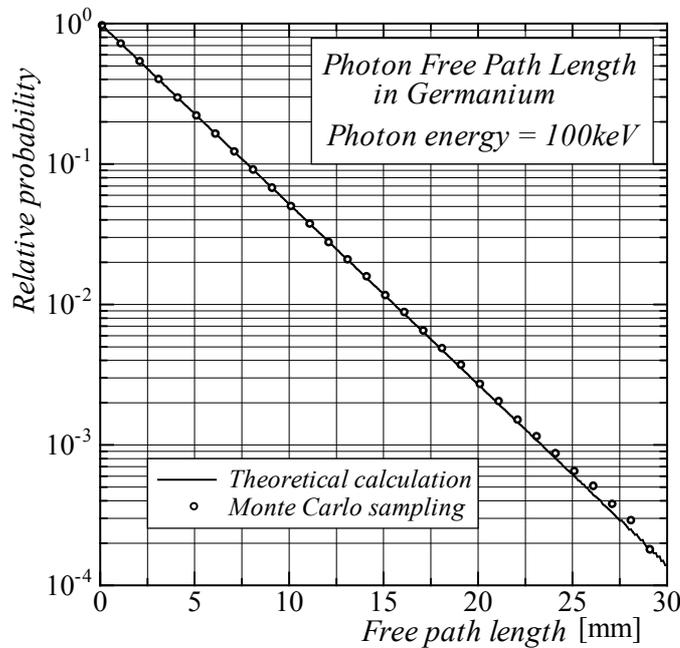
で計算できる．ここで  $r$  は区間 $[0,1]$ の一様乱数である．

100keV 単色エネルギー光子がゲルマニウムに入射した時の自由行程長の確率分布を，線減弱係数を用いた(2.6)式による理論計算値（実線）と(2.8)式による乱数サンプリング（ドット）の比較を，**Fig.2.3** に示す．サンプリング回数は 10 万回である．両者はよく一致しており，この乱数サンプリング法が有効であることを示している．

自由行程長  $L$  を進んだ光子が次に相互作用を起こす点の座標  $(x_1, y_1, z_1)$  は，次式で計算される．光子の最初の座標を  $(x_0, y_0, z_0)$  とする．

$$\begin{aligned} x_1 &= x_0 + L \cdot \sin\theta \cdot \cos\psi \\ y_1 &= y_0 + L \cdot \sin\theta \cdot \sin\psi \\ z_1 &= z_0 + L \cdot \cos\theta \end{aligned} \tag{2.9}$$

相互作用点  $(x_1, y_1, z_1)$  が被照射体の外であれば，この光子のヒストリーは終了する．相互作用点  $(x_1, y_1, z_1)$  が被照射体内であれば，次のステップに進む．



**Fig.2.3** 100keV 光子のゲルマニウム中における自由行程長の確率分布  
Graph showing the probability of free path length in Germanium for 100keV photon.

### 2.3.3 相互作用の種類決定

自由行程長  $L$  を進んで来た光子が，次の相互作用点  $(x_1, y_1, z_1)$  で，どのタイプの相互作用を起こすか，次の方法で乱数サンプリングする．

エネルギー  $E_0$  の光子に対する物質の相互作用の全断面積  $\mu(E_0)$  は

$$\mu(E_0) = \tau(E_0) + \sigma_{coh}(E_0) + \sigma_{incoh}(E_0) + \pi(E_0) \quad (2.10)$$

で計算される．ここで

- $\tau(E_0)$  : 光電効果断面積
- $\sigma_{coh}(E_0)$  : 干渉性散乱断面積
- $\sigma_{incoh}(E_0)$  : 非干渉性散乱断面積
- $\pi(E_0)$  : 電子対生成断面積

である．

区間[0,1]の一様乱数  $r$  を発生させ、

$$r < \frac{\tau(E_0)}{\mu(E_0)} \quad \text{ならば, 光電効果}$$

$$\frac{\tau(E_0)}{\mu(E_0)} \leq r < \frac{\tau(E_0) + \sigma_{coh}(E_0)}{\mu(E_0)} \quad \text{ならば, 干渉性散乱}$$

$$\frac{\tau(E_0) + \sigma_{coh}(E_0)}{\mu(E_0)} \leq r < \frac{\tau(E_0) + \sigma_{coh}(E_0) + \sigma_{incoh}(E_0)}{\mu(E_0)} \quad \text{ならば, 非干渉性散乱}$$

$$\frac{\tau(E_0) + \sigma_{coh}(E_0) + \sigma_{incoh}(E_0)}{\mu(E_0)} \leq r \quad \text{ならば, 電子対生成が起こるものと決定する.}$$

### 2.3.4 光電効果の処理

光電効果は、光子が原子の軌道電子にその全エネルギーを与えて原子外へ飛び出させ、光子自身は消滅する現象である<sup>(9)</sup>。光電効果に伴って特性 X 線の発生もしくはオージェ電子の放出が起こる。光電効果の概念図を Fig.2.4 に示す。

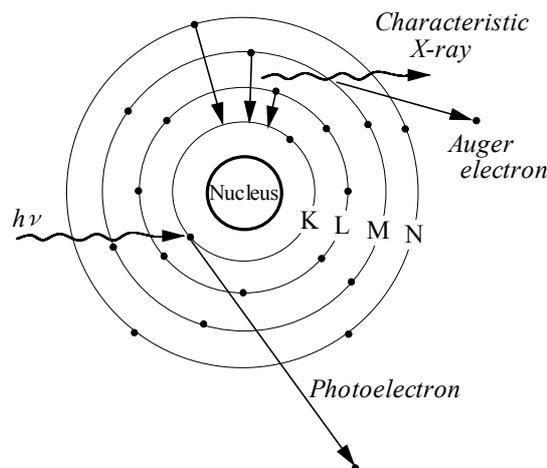


Fig.2.4 光電効果の概念図<sup>(9)</sup>  
Diagram to illustrate the photo-electric effect<sup>(9)</sup>.

光電効果が起こった場合の処理を Fig.2.5 のフローチャートに示す. 光子エネルギーが K 吸収端エネルギー以下 (L 殻以下の電子との相互作用) の場合, 放出される特性 X 線エネルギーは非常に低いため, 全光子エネルギーが物質中の相互作用点で吸収されるものとする.

光子エネルギーが K 吸収端エネルギーより大きい場合, K 殻で相互作用が起こり K 特性 X 線が発生する確率は  $R_K \times F$  で与えられる. ここで  $R_K$  は K 殻で相互作用が起こる確率 (L 殻以下で相互作用が起こる確率は  $1 - R_K$ ),  $F$  は特性 X 線が発生する蛍光収率 (オージェ電子が放出される確率は  $1 - F$ ) である. 区間  $[0,1]$  の乱数を発生させ  $R_K \times F$  との比較により, この光電効果に伴って K 特性 X 線が放出されるか否かを決定する. K 特性 X 線が放出されない場合, 全光子エネルギーが物質中に吸収されるものとする. K 特性 X 線が放出される場合,  $K_\alpha$ ,  $K_\beta$  特性 X 線の相対放出確率  $R_\alpha$ ,  $R_\beta$  を用いた乱数サンプリングにより  $K_\alpha$ ,  $K_\beta$  のどちらが放出されるか決定する. この場合, 最初の光子エネルギーと放出される特性 X 線エネルギーの差分が物質中に吸収されることになる. 特性 X 線の放出角度は全方向等確率であるので, 一様乱数を用いて決定する.

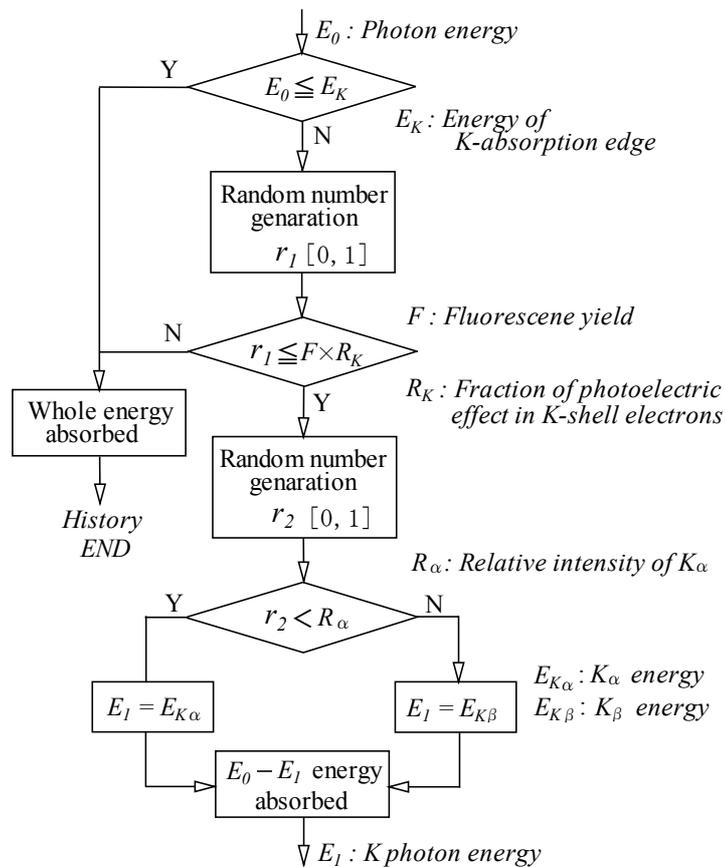
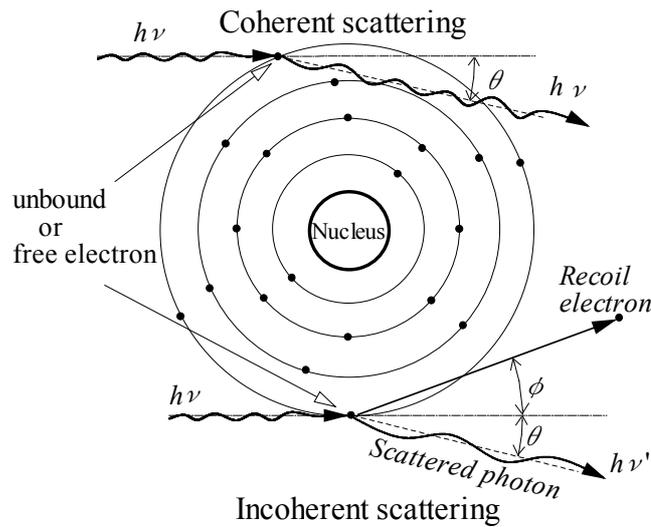


Fig.2.5 光電効果処理のフローチャート  
Flow chart of the photo-electric process.

### 2.3.5 干渉性散乱の処理

光子が核外軌道電子に吸収されてその電子を共鳴振動させ、再び光子を放出する現象を干渉性散乱という<sup>(9)</sup>。この場合、散乱前後の光子エネルギーには変化はなく、その進行方向が曲げられるだけである。干渉性散乱の概念図を Fig.2.6 (上方) に示す。



**Fig.2.6** 干渉性散乱および非干渉性散乱の概念図<sup>(9)</sup>  
 Diagram to illustrate the coherent scattering and the incoherent scattering<sup>(9)</sup>.

干渉性散乱の微分断面積は次式で表される。

$$\frac{d\sigma_{coh}}{d\theta} = \frac{d\sigma_{TM}}{d\theta} \cdot F_m^2(x) = \frac{1}{2} r_0^2 (1 + \cos^2 \theta) \cdot 2\pi \sin \theta \cdot F_m^2(x) \quad (2.11)$$

ここで、 $\frac{d\sigma_{TM}}{d\theta}$  : トムソンによる微分断面積

$r_0$  : 古典電子半径 =  $2.818 \times 10^{-13}$  cm

$F_m(x)$  : 物質mの atomic form factor

$$x : \text{momentum transfer} = \frac{\sin(\theta/2)}{\lambda} \quad (2.12)$$

$$\lambda : \text{光子の波長 [\AA]} = \frac{12.4}{h\nu[\text{keV}]}$$

干渉性散乱角度のサンプリングには、以下に示す加藤の方法<sup>(10)</sup>を用いた。

分布関数  $\Phi(x) = \int_0^x F_m^2(\xi) \xi d\xi$  をあらかじめ atomic form factor,  $F_m(x)$  のデータ表から求めておく. 区間  $[0, \Phi_{\max}]$  の一様乱数  $r_1$  を発生して直接法により momentum transfer,  $x$  を決定する. この  $x$  の値から(2.12)式を利用して  $\cos(\theta)$  を求める. 続いて区間  $[0, 2]$  の一様乱数  $r_2$  を発生させ,

$r_2 > 1 + \cos^2 \theta$  ならばこの  $\theta$  を棄却して初めからやり直す.

$r_2 \leq 1 + \cos^2 \theta$  ならばこの  $\theta$  を散乱角と決定する.

方位角  $\psi$  は等確率なので

$\psi = 2\pi r [0, 1]$  で決定する.

干渉性散乱の処理過程を Fig.2.7 のフローチャートに示す.

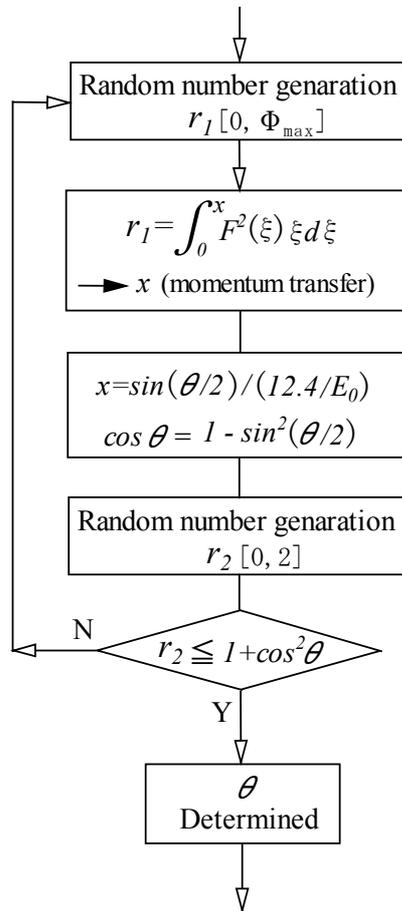
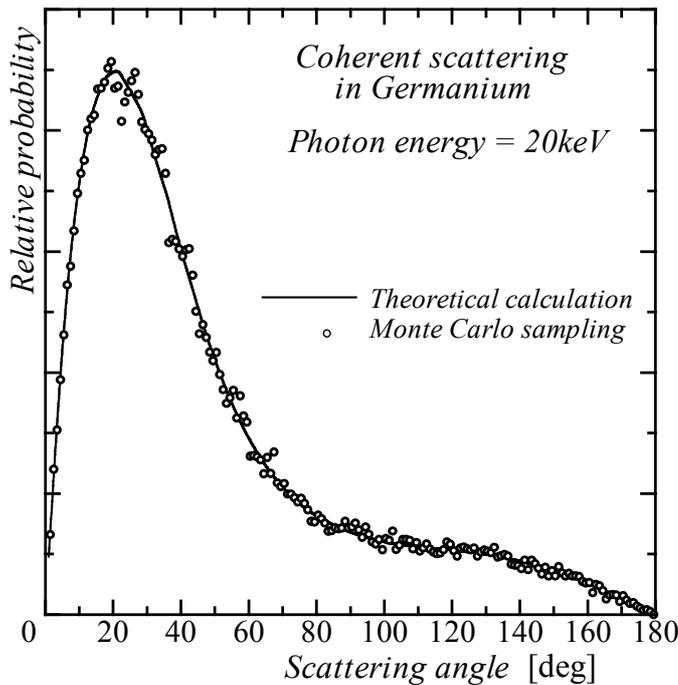


Fig.2.7 干渉性散乱処理のフローチャート  
Flow chart of the coherent scattering process.

20keV 単色エネルギー光子がゲルマニウム内で干渉性散乱を起こした時の散乱角度確率分布を、(2.11)式による理論計算値(実線)と上記方法による乱数サンプリング(ドット)で求めた場合の比較を、**Fig.2.8** に示す。サンプリング回数は 10 万回である。乱数サンプリングによる散乱角分布は理論値とよく一致しており、このサンプリング方法が有効であることを示している。



**Fig.2.8** 20keV 光子のゲルマニウム内での干渉性散乱角度の確率分布  
Graph showing angular distributions of coherent scattering  
in Germanium for 20keV photon.

### 2.3.6 非干渉性散乱の処理

非干渉性散乱（コンプトン散乱）は、光子が電子に衝突しその電子に運動エネルギーを与えて、光子自身はエネルギーの一部を失って散乱される現象である<sup>(9)</sup>。非干渉性散乱の概念図を **Fig.2.6**（下方）に示す。

非干渉性散乱の微分断面積は次式で表される。

$$\frac{d\sigma_{incoh}}{d\theta} = \frac{d\sigma_{KN}}{d\theta} \cdot S_m(x) \quad (2.13)$$

ここで  $\frac{d\sigma_{KN}}{d\theta}$  : Klein-Nishina による微分断面積

$$\frac{d\sigma_{KN}}{d\theta} = \frac{1}{2} r_0^2 \cdot \left( \frac{E_1}{E_0} \right)^2 \left( \frac{E_0}{E_1} + \frac{E_1}{E_0} - \sin^2 \theta \right) \quad (2.14)$$

$E_0$  : 散乱前の光子エネルギー

$E_1$  : 散乱後の光子エネルギー

$S_m(x)$  : 物質mの incoherent scattering function

光子の散乱角度  $\theta$  は、まず(2.14)式の Klein-Nishina 微分断面積に従う散乱光子エネルギー（散乱角度）を決定し、次にそれを incoherent scattering function で採用／棄却するという手順で求める． Klein-Nishina の式より散乱光子エネルギー（散乱角度）を決定する方法として合成棄却法による Kahn 法<sup>(1),(2)</sup>を用いた．

Kahn 法による非干渉性散乱処理法を Fig.2.9 のフローチャートに示す．

光子エネルギーを電子の静止エネルギー( $m_0c^2$ )に対する比として表すと、(2.14)式は次のようになる．

$$\frac{d\sigma}{d\mu} = 2\pi r_0^2 \left( \frac{\alpha'}{\alpha} \right)^2 \left( \frac{\alpha}{\alpha'} + \frac{\alpha'}{\alpha} - 1 + \mu^2 \right) \quad (2.15)$$

ここで  $\mu = \cos \theta$

$$\alpha' = \frac{E_1}{m_0c^2} \quad \text{および} \quad \alpha = \frac{E_0}{m_0c^2} \quad \text{である.}$$

$E_0$  と  $E_1$ （もしくは  $\alpha$  と  $\alpha'$ ）の間には次のような関係がある．

$$E_1 = \frac{E_0}{1 + \alpha(1 - \cos \theta)} \quad \text{もしくは} \quad \alpha' = \frac{\alpha}{1 + \alpha(1 - \mu)}$$

合成棄却法を適用するため、(2.15)式を計算に不必要な定数を取り除いて次のように分解する<sup>(1)</sup>．そして 2.2.3 節で述べた合成棄却法の手順に従って乱数サンプリングを行う．

$$f(\varepsilon) = \alpha_1 f_1(\varepsilon) g_1(\varepsilon) + \alpha_2 f_2(\varepsilon) g_2(\varepsilon) \quad (2.16)$$

ここで  $\varepsilon = \frac{\alpha}{\alpha'}$  ( $1 \leq \varepsilon \leq 2\alpha + 1$ )

$$a_1 = \frac{2\alpha + 1}{2\alpha + 9} \quad a_2 = \frac{8}{2\alpha + 9}$$

$$f_1(\varepsilon) = \frac{1}{2\alpha} \quad f_2(\varepsilon) = \frac{2\alpha + 1}{2\alpha\varepsilon^2}$$

$$g_1(\varepsilon) = 4 \left( \frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon^2} \right) \quad g_2(\varepsilon) = \frac{1}{2} \left\{ \left( 1 - \frac{\varepsilon}{\alpha} + \frac{1}{\alpha} \right)^2 + \frac{1}{\varepsilon} \right\} \quad (2.17)$$

$f_1(\varepsilon)$  および  $f_2(\varepsilon)$  に従う乱数  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  はそれぞれ次のようにして求められる．

$$\eta_1 = 1 + 2\alpha \cdot r_2 \quad \eta_2 = \frac{2\alpha + 1}{1 + 2\alpha r_2} \quad (2.18)$$

第1の乱数  $r_1[0,1]$  を発生して  $\alpha_i (i=1,2)$  を決定する. 第2の乱数  $r_2[0,1]$  を発生して(2.18)式により  $\eta_i$  を求め, それを  $\varepsilon$  に代入して(2.17)式により  $g_i(\eta_i)$  を計算する. そして第3の乱数  $r_3[0,1]$  と  $g_i(\eta_i)$  の比較から,  $\eta_i$  を採用/棄却する.

採用された  $\eta_i$  から散乱後の光子エネルギー  $E_1$  および散乱角度  $\theta$  を計算する.

散乱角度  $\theta$  から(2.12)式を用いて momentum transfer,  $x$  および  $S(x)$  を求め, 第4の乱数  $r_4[0, S_{\max}]$  と  $S(x)$  との比較から  $E_1$  および  $\theta$  を採用/棄却する.

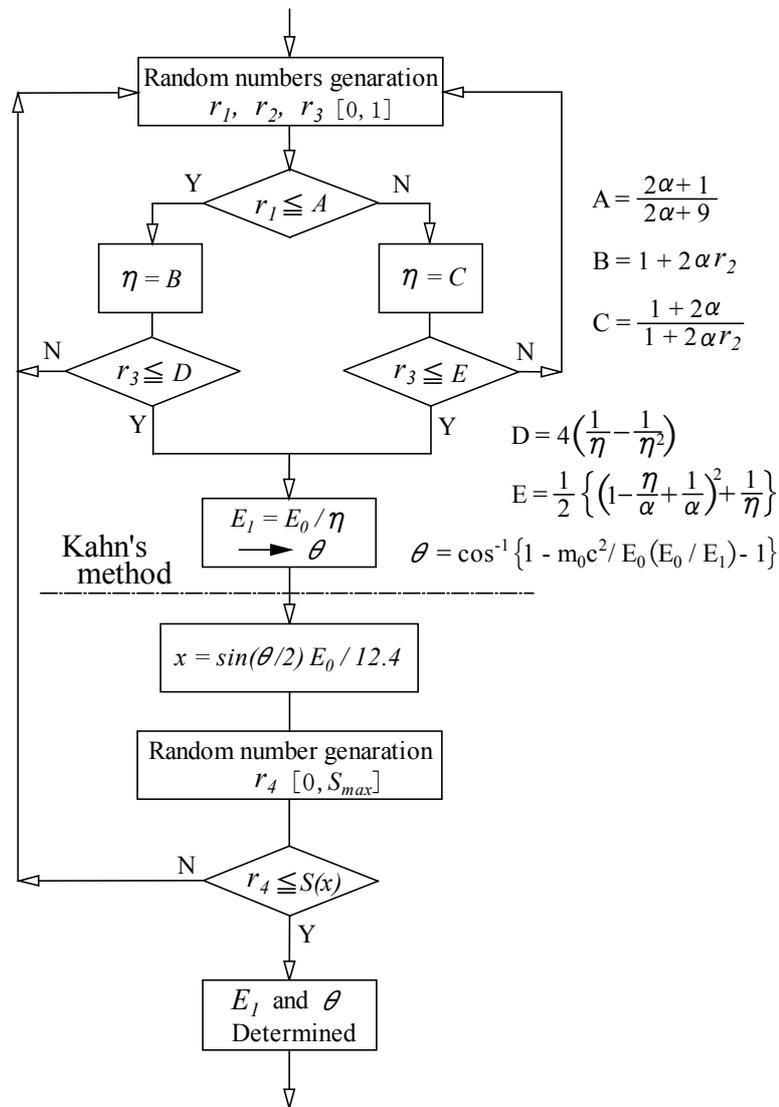
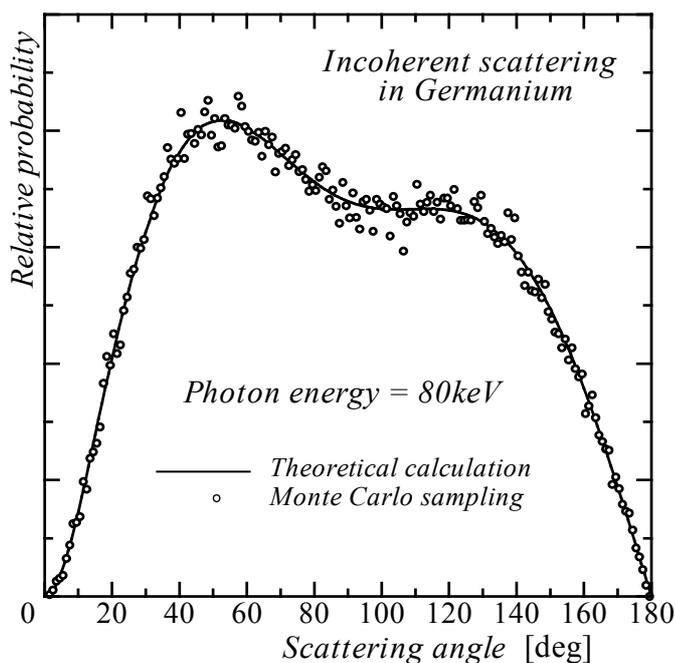


Fig.2.9 非干渉性散乱処理のフローチャート<sup>(11)</sup>  
 Flow chart of the incoherent scattering process<sup>(11)</sup>.

80keV 単色エネルギー光子がゲルマニウム内で干渉性散乱を起こした時の散乱角度確率分布の、(2.13)式を用いた理論計算値（実線）と Kahn 法による乱数サンプリング（ドット）の比較を、Fig.2.10 に示す。サンプリング回数は 10 万回である。Kahn 法サンプリングで得られた散乱角度分布は理論計算値によく一致し、このサンプリング方法が有効であることを示している。



**Fig.2.10** 80keV 光子のゲルマニウム内での非干渉性散乱角度の確率分布  
Graph showing angular distributions of incoherent scattering in Germanium  
for 80keV photon.

散乱前後の光子エネルギーの差分が反跳電子に付与され物質内で吸収される。  
散乱方位角  $\psi$  は等確率なので  $\psi = 2\pi r [0,1]$  で決定する。

### 2.3.7 電子対生成の処理

電子対生成は、光子が原子核のクーロン場の作用を受けて消滅し、陰・陽の一对の電子が創られる現象である<sup>(9)</sup>。電子対生成は、光子エネルギーが  $2m_0c^2=1.022$  MeV 以上でないと起こらない。陽電子はその後、自由電子と結合して消滅し  $m_0c^2=0.511$  MeV のエネルギーを持つ光子（消滅 $\gamma$ 線）を2個、互いに正反対の方向へ放出する。電子対生成の概念図を Fig.2.11 に示す。

陰電子，陽電子に分けられるエネルギーの割合の乱数サンプリングは，10 MeV 以下では Hough の式，10 MeV 以上では Bethe-Heitler の微分断面積を使う方法がある<sup>(1)</sup>。しかし医療で使用する高エネルギーX線では，照射対象物が人体であり電子対生成が起こる確率は極めて少ないので，陰電子( $E_-$ )と陽電子( $E_+$ )は過剰エネルギーを半分ずつ均等に分け合うという近似法を用いて計算処理を行う。すなわち，

$$E_- = E_+ = \frac{1}{2}(h\nu - 2m_0c^2) \quad (2.19)$$

(ここで， $h\nu$ は電子対生成を起こした光子エネルギー)

それらが散乱される極角  $\theta$ は，陰電子，陽電子ともに

$$\theta_{E_-} = \theta_{E_+} = \frac{m_0c}{h\nu} \quad [\text{rad}] \quad (2.20)$$

とする。散乱方位角は，次式で決定する。

$$\psi_{E_-} = 2\pi[0,1] \quad \psi_{E_+} = \psi_{E_-} + \pi \quad (2.21)$$

陽電子はその飛程を進み，静止した点で自由（陰）電子結合して消滅し，511keVのエネルギーを持つ2個の光子を放出する。消滅 $\gamma$ 線の放出方向は等方確率としてよく，次式で決定する。

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \pi[0,1] & \theta_2 &= \pi - \theta_1 \\ \psi_1 &= 2\pi[0,1] & \psi_2 &= \psi_1 + \pi \end{aligned} \quad (2.22)$$

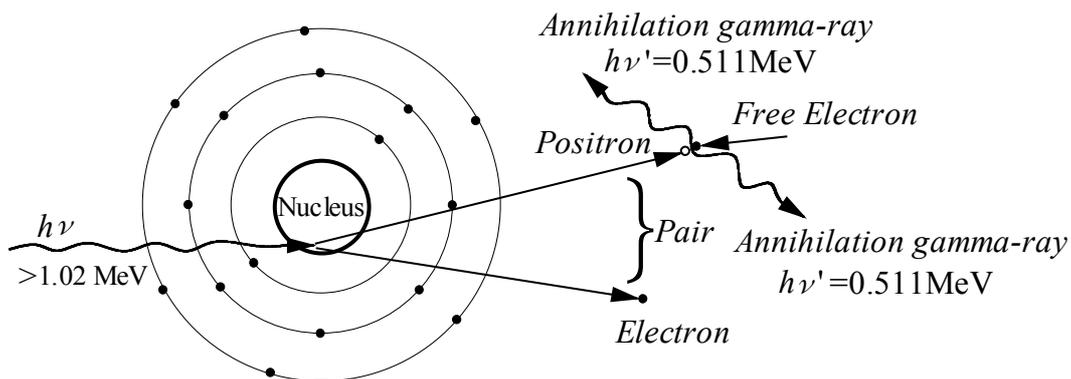


Fig.2.11 電子対生成の概念図<sup>(9)</sup>  
Diagram to illustrate the pair production<sup>(9)</sup>.

### 2.3.8 散乱後の角度計算

XYZ 空間において、Z 軸に対する極角  $\theta_1$ 、XY 平面上で X 軸に対する方位角  $\psi_1$  で進行して来た光子  $V_1(\theta_1, \psi_1)$  が相互作用を起こし、進行方向に対して  $\omega$ 、進行方向と Z 軸を含む平面に対して  $\phi$  の角度で散乱した時、散乱光子の XYZ 空間での進行方向  $V_2(\theta_2, \psi_2)$  を次の手順で計算する。

立体三角の余弦公式を用いて

$$\cos \theta_2 = \cos \theta_1 \cdot \cos \omega + \sin \theta_1 \cdot \sin \omega \cdot \cos \phi \quad (2.23)$$

$$\sin \theta_2 = \sqrt{1 - \cos^2 \theta_2} \quad (2.24)$$

立体三角の正弦法則により

$$\sin(\psi_2 - \psi_1) = \frac{\sin \phi \cdot \sin \omega}{\sin \theta_2} \quad (2.25)$$

再び余弦法則によって

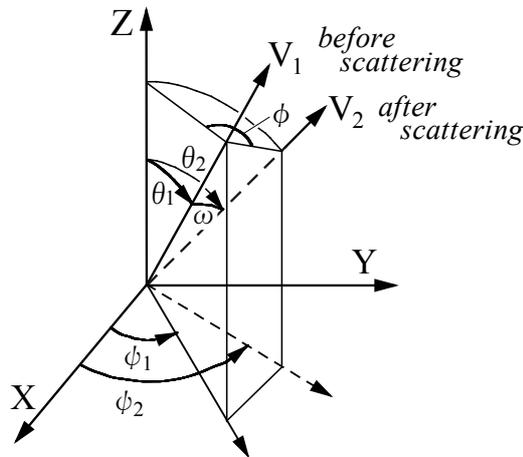
$$\cos(\psi_2 - \psi_1) = \frac{\cos \omega - \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2}{\sin \theta_1 \cdot \sin \theta_2} \quad (2.26)$$

これらの公式より

$$\begin{aligned} \sin \psi_2 &= \sin\{\psi_1 + (\psi_2 - \psi_1)\} \\ &= \sin \psi_1 \cdot \cos(\psi_2 - \psi_1) + \cos \psi_1 \cdot \sin(\psi_2 - \psi_1) \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned} \cos \psi_2 &= \cos\{\psi_1 + (\psi_2 - \psi_1)\} \\ &= \cos \psi_1 \cdot \cos(\psi_2 - \psi_1) - \sin \psi_1 \cdot \sin(\psi_2 - \psi_1) \end{aligned} \quad (2.28)$$

以上より、散乱後の角度  $\theta_2, \psi_2$  が決定される。



**Fig.2.12** シミュレーション座標系における光子進行角度の再計算を示す図<sup>(1)</sup>  
Schematic diagram illustrating angle re-calculation<sup>(1)</sup>.

### 2.3.9 カウンタの設定

モンテカルロ計算は、基本的には積算量を求めることである。積算量を求めるためには、目的とする物理量を逐次カウントするカウンタ（検出器）を計算プログラム中に設定する必要がある。

半導体検出器のエネルギー吸収レスポンスの取得を目的とする場合、一個の光子が半導体検出器に入射した後、散乱線としてもしくは1次線のまま半導体結晶から射出するまで、または結晶内で消滅するまでの間に、光子から結晶内に吸収されるエネルギー量を求める必要がある。光子と物質との相互作用でエネルギー付与/吸収が生じるのは、光電効果、非干渉性散乱過程および電子対生成であり、その処理過程に吸収エネルギー量を積算するためのカウンタを設置する（**Fig.2.1**のフローチャート中の“Score absorbed energy”）。

高エネルギーX線の体内吸収線量分布の計測を計算目的とする場合であれば、被照射体を細かな立方体（例えば $2 \times 2 \times 2$  mm）に分割し、各立方体を光子と物質との相互作用で発生した2次電子から付与されるエネルギー量を積算するためのカウンタとする。

## 2.4 むすび

モンテカルロシミュレーションは任意の位置に理想的な検出器（カウンタ）を自由に設定できるので、実際の照射において測定が不可能な物理量をも算出することができるのが最大の特長である。このモンテカルロシミュレーションの利点を応用し、実際の照射において被照射体内で起こっている物理現象、放射線束の状態などを推定することにより、実測データの補正方法や補正に用いる補助データなどを導出することができる。

## 第2章の参考文献

- 1) 杉山治男:モンテカルロ法による高エネルギー電子および光子の物質透過に関する研究 (電子技術総合研究所研究報告第 724 号), 電子技術総合研究所, (1972).
- 2) Raeside DE: Monte Carlo principles and applications, *Phys.Med.Biol.*,21(2), pp.181 - 197, (1976).
- 3) 加藤秀起, 中村光一, 津坂昌利: CdZnTe 半導体放射線検出器の X 線光子エネルギー吸収レスポンス特性, 電学論 C, 120(12), pp.1774 - 1780, (2000).
- 4) Hubbell JH, Veigele WJ, Briggs EA, et al. : Atomic form factors, incoherent scattering functions, and photon scattering cross sections, *J.Phys.Chem.Ref.Data.*, 4(3), pp.471 - 538, (1975).
- 5) Berger MJ and Hubbell JH : XCOM ; Photon cross sections on a personal computer, NBSIR 87-3597, NBS, (1987).
- 6) Seltzer SM and Hubbell JH (前越 久監修): 光子減弱係数データブック, 日本放射線技術学会, (1995).
- 7) Fink RW, Jopson RC, Mark H, et al. : Atomic fluorescence yields, *Review of Modern Physics*, 38(3), pp.513 - 540, (1966).
- 8) Storm E and Israel HI : Photon cross sections from 1 keV to 100 MeV for elements Z=1 to Z=100, *Nuclear Data Tables*, A7, pp.565 - 681, (1970).
- 9) Johns HE and Cunningham JR : The physics of radiology, Thomas, (1974).
- 10) 加藤二久: Personal computer による Monte Carlo 計算, 日医放物理会誌, 2(1), pp.17 - 29, (1982).
- 11) 佐藤健児, 加藤二久: 結合エネルギーの効果とコヒーレント散乱について, 日医放物理会誌, 2(1), pp.31 - 47, (1982).
- 12) Ehrhardt JC : Generation of pseud-random number, *Med.Phys.*, 13, pp.240 - 241, (1986).